

文章编号: 2095-2163(2021)05-0097-06

中图分类号: TP273

文献标志码: A

二阶时变时滞多智能体系统快速一致性算法

张婷婷, 张伟

(上海理工大学 光电信息与计算机工程学院, 上海 200093)

摘要: 针对多智能体系统的动态性能问题, 本文对带有时变时滞的二阶多智能体系统快速收敛速度进行分析, 提出快速收敛一致性算法。考虑智能体网络为无向拓扑图, 时滞是具有上界且任意变化的。基于频域角度分析多智能体一致性, 利用图论和矩阵论, 将多智能体网络系统一致性转换为线性系统理论控制问题, 结合小增益理论方法, 分析系统的稳定性和连通性, 并得到了系统快速收敛一致性的充分条件。最后通过 MATLAB 数值仿真实例, 验证了本文算法的有效性。

关键词: 时变时滞; 多智能体系统; 快速一致性; 控制算法; 小增益理论

Fast consensus algorithm of second-order multi-agent systems with time-varying delays

ZHANG Tingting, ZHANG Wei

(School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

[Abstract] Aiming at the dynamic performance problem of multi-agent systems, this thesis analyzes the fast convergence rate of second-order multi-agent system with time-varying and time-delay, and proposes a fast convergence consistency algorithm. The agent network is considered as an undirected topology, and the time delay is upper bound and arbitrary. Based on the analysis of multi-agent consistency from the point of view of frequency domain, the consistency of multi-agent network system is transformed into a control problem of linear system theory by using graph theory and matrix theory, and the stability and connectivity of the system are analyzed by combining with the small gain theory method, and the sufficient conditions for the fast convergence consistency of the system are obtained. Finally, the effectiveness of the proposed algorithm is verified by MATLAB numerical simulation.

[Key words] time-varying delays; multi-agent systems; fast consensus; control algorithm; small gain theory

0 引言

近年来,随着人工智能和分布式协调控制理论的发展,多智能体系统的协调控制也吸引了大批研究者的关注和研究。多智能体系统应用于多领域,如分布式传感器网络^[1]、编队控制^[2-4]、群集^[5]、协同控制^[6]和分布事件触发^[7-8]等。实现多智能体网络协调控制,需要各个智能体状态达到一致。因此,一致性问题研究多智能体系统的基础和核心。在保证多智能体系统的稳定性前提下,提高系统的动态性能也具有一定的研究意义。

多智能体系统的动态性能,即多智能体的一致性收敛速度。提高收敛一致性,无疑能够提高系统的通讯能力及性能。文献[9]中,Olfati提出了一种超高速信息网络的算法,该算法可以在小网络上以惊人的速度达到多智能体一致性,并且验证了收敛速度由通信的代数连通性决定,为研究快速一致性

提供了有力的理论基础。基于此理论,She^[10]等人提出基于局部信息的多智能体系统,引入PI控制器设计快速一致性算法,给出智能体快速收敛的充分条件。文献[11]针对分布式控制与大系统的快速一致性,基于双跳网络提出快速一致性算法,使得多智能体系统的收敛速度更快。文献[12-15]研究了二阶以及高阶系统的多智能体快速收敛一致性算法。由于通讯约束,智能体之间交互信息时产生时滞,研究者从网络通讯拓扑图着手,引入多跳网络设计一致性算法,且利用频域法分析系统收敛条件^[16-19]。文献[20]分析了带有时变时滞的多智能体一致性,引入小增益理论,基于频域的角度分析系统的稳定性。受文献[13,20]的启发,本文从频域的角度分析带有时滞的快速一致性。虽然随着网络的发展,传输速度越来越快,但是智能体传输的过程中,依旧会存在时滞,并且实际过程中的时滞可能是时变的,所以对研究时变时滞多智能体系统具有实

基金项目: 国家自然科学基金(11502145,61074087,61703277)。

作者简介: 张婷婷(1996-),女,硕士研究生,主要研究方向:轨迹跟踪、多智能体一致性;张伟(1981-),男,博士,副教授,主要研究方向:最优控制及其应用。

通讯作者: 张伟 Email: wzhang@usst.edu.cn

收稿日期: 2021-03-02

际意义。

本文将时变时滞的二阶多智能体网络系统作为研究对象,基于频域的角度分析二阶时变时滞多智能体系统,且时滞是具有上界的,任意变换的。本文研究结果为:通过一致性协议改进算法,基于频域理论,小增益理论,矩阵论和图论等,推导得到了使系统快速收敛一致性的充分条件;相较于已有的控制协议,本文改进的算法能够使系统快速渐近收敛一致。

1 预备知识

1.1 图论

本文基于无向网络拓扑图,研究多智能体一致性问题。研究此类问题需要利用如下的图论知识和一致性问题的描述。

假设,用图 $G = (V, \mathcal{E}, \mathbf{A})$ 来表示所描述的多智能体网络系统(Multi-Agent Systems, MAS)的无向拓扑图。其中 $V = \{1, 2, \dots, N\}$ 是节点集的 N 索引值, $\mathcal{E} \in V \times V$ 为图 G 的边集。 $\mathbf{A} = [a_{ij}] R^{N \times N}$ (R 表示实数集)为图 G 的邻接矩阵,并且为非负元素。其中 $i, j \in V$ (i, j 分别表示智能体 i 和智能体 j)。当 $a_{ij} > 0$ 时,代表智能体 i 和智能体 j 之间有信息传递;而 $a_{ij} = 0$ 表示智能体 i 和智能体 j 之间没有信息传递。考虑本文所研究的是无向图,则邻接矩阵 \mathbf{A} 是对称的。若在任意 2 个智能体 $i, j \in V$ 之间存在一条路径,则称图 G 为连通图。令 $N_i = \{j | i, j \in \mathcal{E}\}$, 表示智能体 i 的邻居集。 $deg_i = \sum_j a_{ij}$ 表示智能体 i 的度,定义度矩阵 $\mathbf{D} := \text{diag}\{deg_1, deg_2, \dots, deg_N\}$, 那么图 G 的拉普拉斯矩阵 $\mathbf{L}_C = \mathbf{D} - \mathbf{A}$ 。拉普拉斯矩阵描述节点与边的关系,且 $\mathbf{L}_C = [l_{ij}] \in R^{N \times N}$, 其中:

$$l_{ij} = \begin{cases} \sum_j a_{ij}, & j \neq i, \\ -a_{ij}, & i = j. \end{cases} \quad (1)$$

由于系统的拓扑图为无向图且连通,则拉普拉斯矩阵是对称且为正半定矩阵。若 $\lambda_i \in \{1, 2, \dots, N\}$ 为 \mathbf{L}_C 的特征值,则根据拉普拉斯矩阵的性质可得:

$$0 = \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_N. \quad (2)$$

1.2 模型描述

假设有 N 个二阶多智能体系统,每个智能体的动态方程为:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i(t) = \zeta_i(t), \xi_i(0) = \xi_{i0}, \\ \dot{\zeta}_i(t) = \mathbf{u}_i(t), \zeta_i(0) = \zeta_{i0}. \end{cases} \quad (3)$$

其中, $i \in V = \{1, 2, \dots, N\}$; $\xi_i(t) \in R^N$, $\zeta_i(t) \in R^N$ 分别表示第 i 个智能体的位置、速度状态; $\mathbf{u}_i(t) \in R^N$ 为控制输入; ξ_{i0} 为 $t=0$ 时的位置初始状态, ζ_{i0} 为 $t=0$ 时的速度初始状态。为使智能体状态达到一致性,采取如下带有时变时滞一致性算法:

$$\mathbf{u}_i(t) = - \sum_{j \in N_i} a_{ij} \{ \gamma_1 ((\xi_j - \tau_{ij}) - (\xi_i - \tau_{ij})) + \gamma_2 ((\zeta_j - \tau_{ij}) - (\zeta_i - \tau_{ij})) \}. \quad (4)$$

其中, $\gamma_1 > 0$; $\gamma_2 > 0$; τ_{ij} 为每个智能体输入时变时滞;考虑到图 G 为无向图且连通,则 $\tau_{ij} = \tau_{ji}$, 令 $\tau_k = \tau_{ij} = \tau_{ji}$ ($k = \{1, 2, \dots, N\}$)。若系统在一致性算法式(4)控制输入下,使得智能体状态达到一致性,则系统满足如下条件:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \|\xi_j(t) - \xi_i(t)\|_2 = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|\zeta_j(t) - \zeta_i(t)\|_2 = 0, \forall i, j \in V. \end{cases} \quad (5)$$

2 主要结果

为了提高系统的收敛速度,本文引入 PI 控制器,基于式(4)的控制输入提出如下快速一致性算法:

$$\mathbf{u}_i(t) = - \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\gamma_1 ((\xi_j - \tau_k) - (\xi_i - \tau_k)) + \gamma_2 ((\zeta_j - \tau_k) - (\zeta_i - \tau_k))) - \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\gamma_1 ((\xi_j - \tau_k - \vartheta) - (\xi_i - \tau_k - \vartheta)) + \gamma_2 ((\zeta_j - \tau_k - \vartheta) - (\zeta_i - \tau_k - \vartheta))). \quad (6)$$

令 $\mathbf{X}(t) = [\xi^T(t), \zeta^T(t)]$, $\xi(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_N(t)]^T$, $\zeta(t) = [\zeta_1(t), \zeta_2(t), \dots, \zeta_N(t)]$, 则式(3)的增广矩阵表示为:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = [\xi^T(t), \zeta^T(t)] = (\mathbf{I}_N \otimes \hat{\mathbf{A}}) \mathbf{X}(t) + (\mathbf{L}_C \otimes \mathbf{B}) (\mathbf{X}(t - \tau_k) + \mathbf{X}(t - \tau_k - \vartheta)) = \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{X}(t) + \mathbf{\Gamma}_2 (\mathbf{X}(t - \tau_k) + \mathbf{X}(t - \tau_k - \vartheta)). \quad (7)$$

其中, $\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\gamma_1 & -\gamma_2 \end{bmatrix}$; $\mathbf{\Gamma}_1 = \mathbf{I}_N \otimes \hat{\mathbf{A}}$; $\mathbf{\Gamma}_2 = \mathbf{L}_C \otimes \mathbf{B}$; ‘ \otimes ’表示 Kronecker 积。

设系统初始值为 0,对式(7)进行拉普拉斯变换可得:

$$s\mathbf{X}(s) - \mathbf{X}(0) = \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{X}(s) + \mathbf{\Gamma}_2 (\mathbf{X}(s) e^{-\tau_k s} + \mathbf{X}(s) e^{-(\tau_k + \vartheta)s}). \quad (8)$$

因此,系统的特征方程为:

$$\det(s \mathbf{I}_{2N} - \mathbf{\Gamma}_1 - \mathbf{\Gamma}_2 (e^{-\tau_k s} + e^{-(\tau_k + \vartheta)s})) = 0 \Leftrightarrow \det(s^2 \mathbf{I}_{2N} + s\gamma_2 \mathbf{L}_C (e^{-\tau_k s} + e^{-(\tau_k + \vartheta)s}) + \gamma_1 \mathbf{L}_C (e^{-\tau_k s} + e^{-(\tau_k + \vartheta)s})) = 0. \quad (9)$$

为了保证系统的稳定性和连通性,需使用如下

引理。

引理 1^[21] 当初始值为 $[\xi_i^T(0), \zeta_i^T(0)]^T$

时,设 $\gamma_1 > 0, \gamma_2 = \sqrt{\frac{4\gamma_1}{\lambda_2(L_C)}}$, 则系统在一致性算法式(4)的控制输入,使得智能体收敛一致满足的条件为:

$$\tau^* = \frac{\arctan \frac{\gamma_2 \omega_n \ddot{\theta}}{\dot{\theta} \gamma_1 \theta}}{\omega_n} \quad (10)$$

其中, τ^* 为时滞的上界。

引理 2^[22] 记时滞算子 $\mathbf{v}_{\tau_k+\vartheta} := \xi(t) - \xi(t - \tau_k - \vartheta), \mathbf{v}_{\tau_k} := \xi(t) - \xi(t - \tau_k), \mathbf{v}_i := \mathbf{v}_{\tau_k+\vartheta} + \mathbf{v}_{\tau_k}$ 。定义算子 $\Delta_f := (\Delta(v) - 1)^\circ(1/s), \Delta(v) = \text{diag}\{v_1, v_2, \dots, v_N\}$; Δ_f 是以 τ_m^* 为上界的诱导增益,记诱导增益为 $\|\Delta_f\|_2$, ‘ \circ ’ 为合成符号,则有 $\sup \|\Delta_f\|_2 = \tau_m^*$ 。

基于引理 1 与引理 2,定理 1 给出了系统在一致性算法式(6)的控制输入情况下,使智能体状态达到一致的稳定条件。

定理 1 若连通拓扑图是无向连通的,具有时滞的二阶系统在快速一致性算法式(6)的控制协议下,使得智能体状态达到一致,则满足如下条件:

$$\max_i \|\iota\omega - \lambda_i\| < \frac{1}{|\iota\omega| \tau_m^*}, i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (11)$$

其中, ι 为虚数单位。

证明 二阶系统可由线性时不变系统和时变时滞算子表示,其线性时不变系统与时变时滞算子连接如图 1 所示。

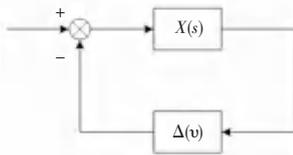


图 1 线性时不变系统与时变时滞算子连接图

Fig. 1 Connection graph of linear time invariant systems and time varying delay operators

图 1 中, $X(s)$ 表示系统的时不变系统矩阵, $\Delta(v)$ 为系统的时滞算子。

根据引理 2,式(7)的状态空间表达式为:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= (I_N \otimes \hat{A})X(t) + (L_C \otimes B)(X(t - \tau_k) + \\ X(t - \tau_k - \vartheta)) &= (I_N \otimes \hat{A})X(t) + (\Delta(v)^\circ L_C \otimes B)X(t) \end{aligned} \quad (12)$$

由于 L_C 为对称矩阵,引入酉矩阵 U , 则根据

Laplace 矩阵特性可得:

$$\Sigma = U^T L_C U = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\} \quad (13)$$

记 $\hat{\Delta}_U := U^T \Delta(v) U$, 则式(13)可转换为:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= (I_N \otimes \hat{A})X(t) + (\Delta_v^\circ L_C \otimes B)X(t) = \\ (I_N \otimes \hat{A})X(t) &+ (\Delta_U^\circ \Sigma \otimes B)X(t). \end{aligned} \quad (14)$$

将式(14)进行 Laplace 矩阵变换,可得到:

$$X(s) = [I, \dots, I] (s I_N - I_N \otimes A - \Delta_U^\circ \Sigma \otimes B)^{-1} \quad (15)$$

根据引理 2,式(15)可得:

$$\begin{aligned} \|sX(s)\|_\infty \|\Delta(v)^\circ(1/s)\|_\infty &= \|(s I_{2N} - I_N \otimes A - \Delta_U^\circ \Sigma \otimes B)^{-1}\|_\infty \|\Delta(v)^\circ(1/s)\|_\infty \leq \| [I_N, \dots, I_N]^T (s I_{2N} - \Sigma)^{-1} \|_\infty \|\Delta(v)^\circ(1/s)\|_\infty \leq \sup_\omega (\max_i \|s - \lambda_i\| \max_i \|v_i^\circ(1/s)\|) < 1. \end{aligned} \quad (16)$$

由式(16)可推出式(17):

$$\begin{aligned} \Rightarrow \max_i \|s - \lambda_i\| &< \frac{1}{|\iota\omega| \tau_m^*} \Rightarrow \\ \max_i \|\iota\omega - \lambda_i\| &< \frac{1}{|\iota\omega| \tau_m^*}. \end{aligned} \quad (17)$$

系统基于定理 1 的情况下,定理 2 为系统在一致性算法式(6)的控制输入提供了快速收敛充分条件。

定理 2 系统在一致性算法式(6)的控制协议下,使系统快速收敛一致的区间为 $\vartheta \in (0, \delta)$, 其中 δ 满足:

$$\delta = \min_{i \in N_i, \lambda_i \neq 0} \left\{ \delta \mid \delta = \frac{\arcsin \sqrt{1 - e^{2\tau_i \rho}}}{\lambda_i \sqrt{1 - e^{2\tau_i \rho}}} \right\} \quad (18)$$

式中, $\rho = -\frac{\gamma_2}{2} \sqrt{\frac{2\lambda_i}{\gamma_1}}$ 。

证明 由式(9)可得系统特征方程等价于下式:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \det \begin{bmatrix} s I_N + \frac{\gamma_2}{2} \sqrt{\frac{L_C(e^{-\tau_k s} + e^{-(\tau_k + \vartheta) s})}{\gamma_1}} \ddot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} &\Leftrightarrow \\ \det \begin{bmatrix} s I_N + \frac{\gamma_2}{2} \sqrt{\frac{L_C(e^{-\tau_k s} + e^{-(\tau_k + \vartheta) s})}{\gamma_1}} \ddot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

根据拉普拉斯矩阵的性质可知, L_C 的特征 $\lambda_1 = 0$, 且 $\text{Re}(\lambda_i) > 0, i = 2, \dots, N$, 则式(18)等价于:

$$\begin{aligned} s \prod_{i=2}^N \begin{bmatrix} s \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \frac{\gamma_2}{2} \sqrt{\frac{\lambda_i (e^{-\tau_k s} + e^{-(\tau_k + \vartheta) s})}{\gamma_1}} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} &= 0, \quad (20) \\ s + \frac{\gamma_2}{2} \sqrt{\frac{\lambda_i (e^{-\tau_k s} + e^{-(\tau_k + \vartheta) s})}{\gamma_1}} &= 0, \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{\gamma_2}{2s} \sqrt{\frac{\lambda_i (e^{-\tau_k s} + e^{-(\tau_k + \vartheta) s})}{\gamma_1}} = 0, \quad (21)$$

令系统的根 $s = a_i + \iota b_i$, 则:

$$\begin{cases} a_i = -\frac{\gamma_2}{2} \sqrt{\frac{\lambda_i [(e^{-\tau_k a_i} \cos(b_i \vartheta) + (e^{-(\tau_k + \vartheta) a_i} \cos(b_i \vartheta))]}{\gamma_1}} \\ b_i = e^{-\delta a_i} \sin(b_i \vartheta) \lambda_i. \end{cases} \quad (22)$$

其中, $i = 2, \dots, N$; $\iota = \sqrt{-1}$; $a_i \in \mathbf{R}$ 为根的实数部分; $b_i \in \mathbf{R}$ 为根的虚数部分。将系统的实数部分微分可得到:

$$\begin{aligned} \frac{da_i}{d\vartheta} = & -\frac{\gamma_2}{2} \frac{-1/2}{\sqrt{\lambda_i}} \left((-\tau_k \frac{da_i}{d\vartheta} e^{-\tau_k a_i} \cos(b_i \vartheta) - \right. \\ & \left. (a_i - (\tau_k + \vartheta) \frac{da_i}{d\vartheta}) e^{-(\tau_k + \vartheta) a_i} \cos(b_i \vartheta) \right) - (e^{-\tau_k a_i} + \\ & e^{-(\tau_k + \vartheta) a_i}) (b_i + \vartheta \frac{db_i}{d\vartheta}) \sin(b_i \vartheta) \Big)^{-1/2}, \end{aligned} \quad (23)$$

将式(23)取极限可得:

$$\mu := \lim_{\vartheta \rightarrow 0} \frac{da_i}{d\vartheta} = -\frac{\gamma_2}{2} \frac{\lambda_i a_i e^{-\tau_k a_i}}{\gamma_1} \quad (24)$$

其中, μ 为实数部分微分的极限值。当 $\vartheta > -\tau_k$ 时, $a_i < 0$, 则 $\mu < 0$ 。由局部保号性定理知, 存在去心领域内 $0 < |\vartheta - 0| < \sigma$ 使得 $\frac{da_i}{d\vartheta} < 0$; 当 $\vartheta = 0$ 时, $a_i < -\frac{\gamma_2}{2} \sqrt{\frac{2\lambda_i}{\gamma_1}}$; 当 $0 < |\vartheta - 0| < \sigma$ 时, $\frac{da_i}{d\vartheta} < 0$, 即 $a_i < -\frac{\gamma_2}{2} \sqrt{\frac{2\lambda_i}{\gamma_1}} = \rho$ 单调递减。若使系统达到快速一致性, 则 δ 满足 $a_i|_{\vartheta=\delta} = \rho$ 并使其达到最小值。将系统的根代入式(21)得:

$$\begin{cases} \rho = -\frac{\gamma_2}{2} \sqrt{\frac{\lambda_i [(e^{-\tau_k \rho} \cos(b_i \delta) + (e^{-(\tau_k + \delta) \rho} \cos(b_i \delta))]}{\gamma_1}} \\ b_i = e^{-\delta \rho} \sin(b_i \delta) \lambda_i. \end{cases} \quad (25)$$

由式(24)得知, $\cos(b_i \delta) < e^{\tau_k \rho}$, $b_i < \lambda_i e^{\delta \rho} \sqrt{1 - e^{2\tau_k \rho}}$, 因此得到:

$$\begin{aligned} \delta = & \min_{i \in N_i, \lambda_i \neq 0} \left\{ \delta \mid \sqrt{1 - e^{2\tau_k \rho}} = \sin(\delta \lambda_i \sqrt{1 - e^{2\tau_k \rho}}) \right\} \\ \Leftrightarrow \delta = & \min_{i \in N_i, \lambda_i \neq 0} \left\{ \delta \mid \arcsin \sqrt{1 - e^{2\tau_k \rho}} = \delta \lambda_i \sqrt{1 - e^{2\tau_k \rho}} \right\} \\ \Leftrightarrow \delta = & \min_{i \in N_i, \lambda_i \neq 0} \left\{ \delta \mid \delta = \frac{\arcsin \sqrt{1 - e^{2\tau_k \rho}}}{\lambda_i \sqrt{1 - e^{2\tau_k \rho}}} \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

3 仿真分析

为了验证定理 1 和定理 2 的有效性, 本文以环形网络拓扑结构为例进行验证。通讯网络拓扑图 G , 共有 8 个智能体, 如图 2 所示。

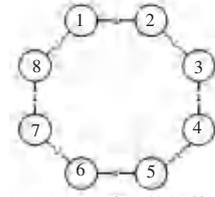


图 2 系统网络拓扑

Fig. 2 The system of network topology

由图 2 的通讯网络拓扑图可得系统的拉普拉斯矩阵为:

$$L_G = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

令参数 $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = \sqrt{\frac{4\gamma_1}{\lambda_2(L_G)}} = 2.61$; 取初始位

移为 $\xi_{i0} = [-3; 2; 7; 6; -11; -23; 22; 18]$, 初始速度为 $\zeta_{i0} = [1.2; 0.5; 2.7; 0.56; 1.3; 4.3; 1.2; 0.8]$ 。根据提供的数据, 可由引理 1 得 $\tau^* = 0.3713$ 。基于通讯网络拓扑图, 本文给出以下 3 种情况进行仿真。

(1) 时变时滞为 $\tau_k = 0.3713 * e^t / (1 + e^t)$ 。由定理 2 可计算 $\delta = 0.186, \vartheta \in (0, 0.186)$ 。系统分别在控制算法式(4)和式(6)的控制输入下进行仿真, 其位移状态变化量的仿真如图 3 和图 4 所示。

对仿真图 3 和图 4 分析得出, 二阶时变时滞多智能体系统在一致性算法式(4)和式(6)的控制输入下, 智能体的状态可以达到一致。根据智能体达到一致性的最初时间 τ_0 对比发现, 系统在一致性算法式(6)的控制输入下, 比系统在一致性算法式(4)控制输入下收敛速度更快。

(2) 时变时滞为 $\tau_k = 0.3713 * e^t / (1 + e^t)$ 。若令 $\delta = 0.3, \vartheta \in (0.18, 0.3)$, 系统在一致性算法式(6)控制输入下, 位移状态变化量的仿真如图 5 所示。 τ_0 表示达到一致性的最初时间。当取 $\delta = 0.3 > 0.186$ 时, 系统在 $\tau_0 = 57.27s$ 时达到一致性; 在 τ_k 不变的情况下, 系统在 $\delta = 0.3 > 0.186$ 时达到一致性,

但达到一致性的速度小于 $\delta = 0.186$ 。由此实例证实定理 2 的有效性。

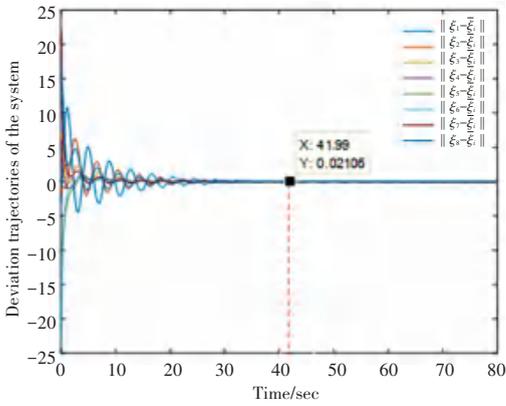


图 3 系统在一致性算法式 (4) 控制输入下的仿真
Fig. 3 The simulation diagram of the system in control decision (4) is given

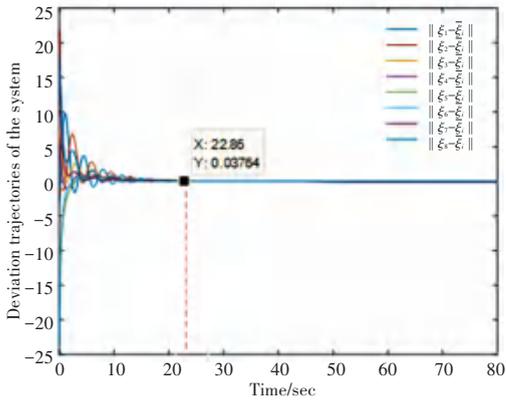


图 4 系统在一致性算法式 (6) 控制输入下的仿真
Fig. 4 The simulation diagram of the system in control decision (6) is given

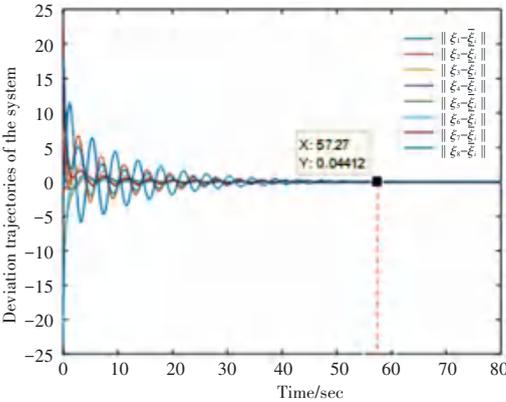


图 5 系统在控制协议 (4) 的仿真

Fig. 5 The simulation diagram of the system in control decision (4) is given

(3) 时变时滞为 $\tau_k = 0.5 * e^t / (1 + e^t) > \tau^*$, 取参数 $\delta = 0.186, \vartheta \in (0, 0.186)$, 系统在一致性算法式 (4) 和式 (6) 的控制输入下的仿真如图 6 和图 7 所示。从图中发现, 系统位移状态变量是发散的, 系统不能达到一致。而此时的 τ_k 的最小值大于 τ^* ,

导致系统的不稳定。由此可说明, 定理 1 是合理并且是有效的。

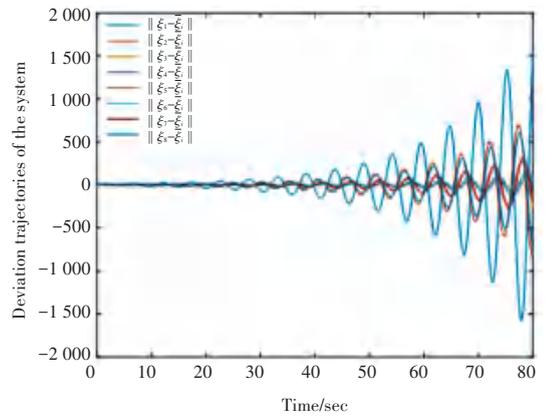


图 6 系统一致性算法式 (4) 控制输入下的仿真
Fig. 6 The simulation diagram of the system in control decision (4) is given

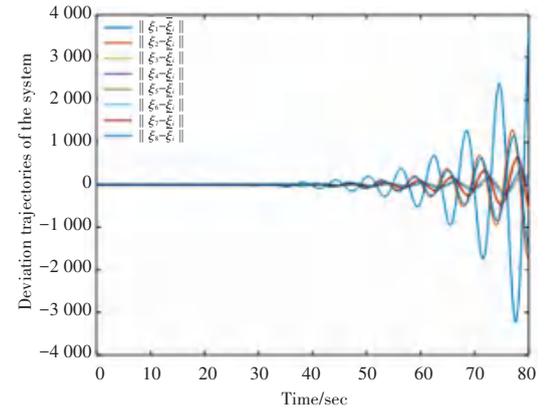


图 7 一致性算法式 (6) 控制输入下的仿真
Fig. 7 The simulation diagram of the system in control decision (6) is given

根据仿真实例, 系统在一致性算法的控制下分析结果如下:

(1) 二阶时变时滞系统在时滞上界相同 (其时滞上界为引理 1 计算所得), δ 取值相同时, 系统在改进后的一致性算法式 (6) 的控制输入下, 首次趋于一致性的时间比系统在已有的控制算法控制输入下快, 表明改进后的控制算法的有效性。

(2) 二阶时变时滞系统在时滞上界相同 (其时滞上界为引理 1 计算所得), δ 大于定理 2 所计算的数值时, 系统在改进后的一致性算法控制输入情况下达到一致, 但不是最快。

(3) 二阶时变时滞系统的时滞上界大于引理 1 计算出的时滞且 δ 取值相同时, 系统在一致性算法式 (4) 和一致性算法式 (6) 控制输入下都会发散。

综上所述, 证明了本文提出快速一致性算法的有效性。

4 结束语

本文基于传统的一致性,提出快速一致性算法,结合图论、控制理论和矩阵论,证明了改进后的控制协议的合理性和有效性。利用 MATLAB 验证了时变时滞的二阶多智能体的快速收敛一致性。本文的研究方向针对连续二阶系统,根据系统的复杂性,后续研究方向是将控制协议推广到带有时滞的离散系统和高阶系统中。

参考文献

- [1] Richard R, Brooks. Distributed sensor networks: a multiagent perspective [J]. International Journal of Distributed Sensor Networks, 2008, 4(3): 285.
- [2] YAN J, GUAN X P, LUO X Y, et al. Formation and obstacle avoidance control for multiagent systems[J]. Journal of Control Theory and Applications, 2011, 9(2): 141-147.
- [3] 李艳东,朱玲,郭媛,等. 基于径向基函数神经网络的移动机器人多变量固定时间编队控制[J]. 信息与控制, 2019, 48(6): 649-657.
- [4] 周映江,蒋国平,周帆,等. 基于滑模方法的分布式多无人机编队控制[J]. 信息与控制, 2018, 47(3): 306-313.
- [5] YAO L, YI G, ZHAO Y D. Multiagent flocking with formation in a constrained environment [J]. Journal of Control Theory and Applications, 2010, 8(2): 151-159.
- [6] MENG Z, LI Z K, VASILAKOS A V, et al. Delay-induced synchronization of identical linear multiagent systems [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2013, 43(2): 476-489.
- [7] AMINI A, ASIF A, MOHAMMADI A, et al. CEASE: A collaborative event-triggered average-consensus sampled-data framework with performance guarantees for multi-agent system [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(23): 6096-6109.
- [8] 王梓懿,李琳. 多智能体系统的分布式自触发一致性跟踪控制[J]. 信息与控制, 2020, 49(3): 351-364.
- [9] OLFATI-SABER R. Ultrafast Consensus in Small-World Networks [C]// Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2005: 2371-

2378.

- [10] SHE Y Y, FANG H J, et al. Fast consensus seeking for multi-agent systems [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2011(3): 174-179.
- [11] JIN F G, BIN B, LI H F, et al. Fast consensus of networked multiagent systems with two-hop network [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015(17): 1-7.
- [12] QIU Y, XIAO, LI, et al. Fast Finite-Time Consensus Tracking of Second-Order Multi-Agent Systems with a Virtual Leader [J]. Journal of Networks, 2014, 9(12): 3268-3274.
- [13] 王春平,潘海鹏. 基于频域法的二阶多智能体系统快速一致性分析[J]. 浙江理工大学学报(自然科学版), 2020, 43(3): 356-361.
- [14] KHOO S, TRINH H M, MAN Z, et al. Fast finite-time consensus of a class of high-order uncertain nonlinear systems [C]// 2010 5th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2010: 2076-2081.
- [15] FENG X, YANG X. Fast convergent average consensus of multiagent systems based on community detection algorithm [J]. Advances in Difference Equations, 2018(1): 2-13.
- [16] JIN Z, MURRAY R M. Multi-Hop Relay Protocols for Fast Consensus Seeking [C]// Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 1001-1006.
- [17] YANG W, WANG X, SHI H. Fast consensus seeking in multi-agent systems with time delay [J]. Systems & Control Letters, 2013, 62(3): 269-276.
- [18] 戴彬婷,马林,吴婷婷,等. 基于二阶网络的时滞多智能体一致性控制[J]. 电子测试, 2019(13): 65-70.
- [19] SHI F, TUO X, RAN L, et al. Fast Convergence Time Synchronization in Wireless Sensor Networks Based on Average Consensus [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 16(2): 1120-1129.
- [20] CHEN Y, SHI Y. Consensus for linear multiagent systems with time-varying delays: a frequency domain perspective [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 45(10): 2143-2150.
- [21] PAN H, NIAN X L, GUI H. Synchronization in dynamic networks with time-varying delay coupling based on linear feedback controllers [J]. Acta Automatic Sinica, 2010, 36(12): 1766-1772.
- [22] KAO C Y, LINCOLD B. Simple stability criteria for systems with time-varying delays [J]. Automatic, 2004, 40(8): 1429-1434.

(上接第 96 页)

液晶显示和 LM358 运放以及蜂鸣器,再加上各种电阻电容,实现了人体心率的计数及显示功能。此心率检测系统采用光电传感器直接外部接触式的测量方式,能够保证对人体心率信号测量的精确性和简便性,其使用简单,携带方便,价格低廉,具有广阔的市场前景。

参考文献

- [1] 胡宴如. 模拟电子技术[M]. 北京:高等教育出版社, 2008: 6-11.
- [2] 刘宁. 单片机多功能时钟的设计[M]. 浙江:浙江海洋学院, 2009: 16-23.
- [3] 金伟正. 单线数字温度传感器的原理与应用[J]. 仪表技术与传感器, 2000(7): 42-43, 46.
- [4] 邓奕,马双宝. Protel 99 SE 原理图与 PCB 设计[M]. 北京:人民邮电出版社, 2010.